

# Analisi Matematica

Esercitazione della VIII settimana

**Domanda 1** La successione  $a_n = \frac{1}{\log(n^3) \sin\left(\frac{1}{n}\right)}$  definita per  $n \geq 2$

- A) ha limite finito      B) ha minimo  
C) è definitivamente debolmente decrescente      D) non è limitata inferiormente

B

**Domanda 2** La successione  $a_n = \frac{n^2 + \sin n - e^n}{(\log n)^2 + n^n}$  definita per  $n \geq 1$

- A) è limitata      B) è debolmente decrescente  
C) è inferiormente ma non superiormente limitata  
D) è superiormente ma non inferiormente limitata

A

**Domanda 3** La successione  $a_n = \frac{n + e^n}{2 - \cos n}$

- A) diverge positivamente      B) ha limite finito      C) non ha limite e non è limitata  
D) non ha limite ma è limitata

A

**Domanda 4** La successione  $a_n = n(1 + (-1)^n)$

- A) tende a  $+\infty$       B) non ha limite ma è limitata  
C) non è limitata né inferiormente né superiormente      D) non ha limite ma è limitata inferiormente

D

**Domanda 5** La successione  $a_n = \frac{1}{n}(\sin^2(e^n) + 1) \cos \frac{1}{n}$ , definita per  $n \geq 1$ ,

- A) ha minimo      B) ha massimo      C) non ha limite      D) non è limitata superiormente

B

**Domanda 6** La successione  $a_n = \frac{e^{n! \tan(n\pi)} - 1 + n^2 \sin n}{\log(1 + 3^{n \log n}) \log(n + 5^n)}$

- A) ha minimo ma non ha massimo      B) non ha né massimo né minimo  
C) ha sia massimo che minimo      D) ha massimo ma non ha minimo

C

**Domanda 7** La successione  $a_n = \frac{n^n}{(2n)!}$ ,  $n \geq 1$

- A) è debolmente crescente      B) ha minimo ma non ha massimo  
C) ha sia massimo che minimo      D) è limitata superiormente

D

**Domanda 8**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \sin(n^2) + \log n}{(-1)^n (3n^2 + 1)} =$

- A) 0      B)  $\frac{2}{3}$       C) non esiste      D)  $+\infty$

A

**Domanda 9** La successione  $a_n = n(-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$

- A) non ha né massimo né minimo      B) ha sia massimo che minimo  
C) non ha limite ma è limitata      D) non è limitata né superiormente né inferiormente

B

**Domanda 10** La successione  $a_n = \left(\cos \frac{n\pi - \sin \frac{2}{n}}{n + 3}\right) \tan \sqrt{\frac{3 + (-1)^n}{n^2 \cos \frac{1}{n}}}$

- A) è a segni alternati      B) è limitata superiormente ma non inferiormente  
C) è limitata      D) è limitata inferiormente ma non superiormente

C



## Soluzione

Calcoliamo il logaritmo della successione e utilizziamo lo sviluppo in serie di Taylor del logaritmo

$$\log(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + o(t^2) \quad t \rightarrow 0$$

con  $t = \frac{1}{n}$ .

$$\log a_n = n^2 \log \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - n = n^2 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{2n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right) \right) - n = -\frac{1}{2} + o(1)$$

quindi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \log a_n = -\frac{1}{2}$$

e di conseguenza

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$